

Het gebruik van het boek of een rekenmachine of telefoon is niet toegestaan.  
Geef precieze argumenten en antwoorden. Maak uw redenering zo helder mogelijk.

---

1. Laat de functie  $\arg z$  uniek gedefinieerd zijn voor  $z \neq 0$  via de voorwaarde

$$|z| - 2\pi < \arg z \leq |z|.$$

Beschrijf (algebraïsch en met een plaatje) de locus van punten waar de functie  $\arg z$  niet continu is.

2. Toon aan dat de complexe functie  $f(z) = z\Re(z)$  slechts in het punt  $z = 0$  holomorf is, en bepaal  $f'(0)$ .
3. Bepaal de convergentie straal van de machtreeksen (met de som over  $n = 0, 1, 2, \dots$ )

(a)  $f(z) = \sum z^{2^n}$

(b)  $g(z) = \sum (2 + (-1)^n)^n z^n$

Bepaal voor de reeks  $g(z)$  expliciet de som als rationale functie.

4. Bepaal de singuliere punten en hun aard voor de functies

(a)  $f(z) = e^z / (1 - z^4)$

(b)  $g(z) = \cot z - 1/z$

op het uitgebreide complexe vlak  $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$ . Bepaal voor de functie  $g(z)$  de convergentiestraal van de Taylor reeks rond het punt  $z = 0$ .

5. Bereken de integraal

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(n\theta) d\theta}{(\cosh \alpha + \cos \theta)} \quad (\alpha > 0, n \in \mathbb{N}).$$