

Het gebruik van het boek of een rekenmachine of telefoon is niet toegestaan.
Geef precieze argumenten en antwoorden. Maak uw redenering zo helder mogelijk.

1. Beschrijf de meetkundige betekenis van onderstaande relaties voor $z \in \mathbb{C}$. Hierbij staat \Re voor het reële deel en \Im voor het imaginaire deel.

(a) $|z - 1| = \Re z$.

(b) $\Re(z) + \Im(z) > 1$.

(c) $\Im((z - z_1)/(z - z_2)) = 0$ met $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ twee verschillende punten.

(d) $\Re((z - z_1)/(z - z_2)) = 0$ met $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ twee verschillende punten.

2. Bepaal voor $a, b, c \in \mathbb{C}$ met c niet negatief geheel de convergentiestraal van de reeks

$$1 + \frac{ab}{c!}z + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)2!}z^2 + \frac{a(a+1)(a+2)b(b+1)(b+2)}{c(c+1)(c+2)3!}z^3 + \dots$$

en maak daarbij onderscheid of a of b al of niet negatief geheel zijn. Hint: Pas de ratio test toe.

3. Bepaal voor $0 < |a| < |b|$ de Laurentreeks van de functie

$$\frac{1}{(z-a)(z-b)}$$

rond de punten $z = 0$, $z = a$, $z = \infty$ en op de ring $|a| < |z| < |b|$. Hint: Pas eerst breuksplitsing toe.

4. Bereken de integraal

$$\int_0^\infty \frac{x^p dx}{1+x^4} \quad (-1 < p < 3)$$