

# Tentamen

## Electriciteit en Magnetisme 2B

Woensdag 17 augustus 2011

14.00 - 17.00

HG00.071

Er zijn vier opgaven. Elk opgave levert 10 punten op (totaal 40 punten).

Maak elke opgave op een apart vel. Schrijf op elk vel je naam en studentnummer.

Gebruik van grafische rekenmachines is toegestaan. Geef echter bij elke berekening altijd alle wezenlijke tussenstappen.

Schrijf a.u.b. leesbaar: wat niet leesbaar is is fout !

Zet je mobiele telefoon uit!

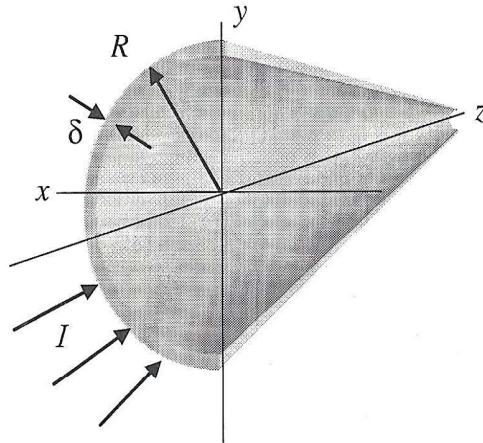
Veel succes !

De resultaten worden zo spoedig mogelijk bekend gemaakt op Blackboard !!

Opgave 1:

- (a) Beschouw een oneindig lange dunne rechte stroomdraad die zich uitstrekt in de  $z$ -richting en waardoor een stroom  $I$  loopt. Bereken met behulp van de wet van Biot-Savart het magnetisch veld (richting en grootte) in een punt op een afstand  $a$  van de draad.

Beschouw vervolgens een oneindig lange, halve, uitgeholde cilinder met straal  $R$  en wanddikte  $\delta$ :



De as van de cilinder ligt langs de  $z$ -as. Een stroom  $I$  met een uniforme stroomdichtheid  $\vec{J}$  loopt door de cilindermantel in de  $z$ -richting.

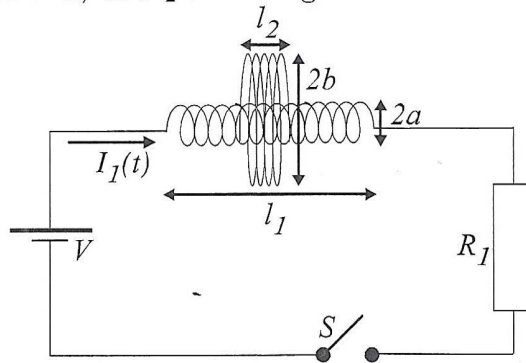
- (b) Beredeneer in welke richting het  $\vec{B}$ -veld op de  $z$ -as staat.
- (c) Bereken het magnetisch veld  $\vec{B}$  op de  $z$ -as, uitgedrukt in  $I$ . Hierbij mag de wanddikte  $\delta$  worden verwaarloosd ( $\delta \ll R$ ).

Aanwijzing:

$$\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$$

## Opgave 2

In onderstaande schakeling is een spoel met lengte  $l_1$ , straal  $a$  en  $N_1$  wikkelingen via een schakelaar  $S$  aangesloten op een batterij met spanning  $V$ . In het circuit bevindt zich ook een weerstand  $R_1$ . De lengte  $l_1$  is veel groter dan de straal  $a$ , zodat de spoel als een ideale spoel mag worden beschouwd. De spoel bevindt zich op de as van een korte spoel met lengte  $l_2$ , straal  $b > a$ , en  $N_2$  wikkelingen.



Bij de volgende onderdelen (a), (b) en (c) wordt de korte spoel buiten beschouwing gelaten.

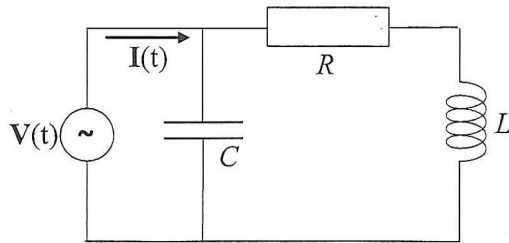
- (a) Bereken het magnetisch veld  $\vec{B}$  (richting en grootte) binnen de spoel en bepaal daaruit de zelfinductie  $L_1$  van de spoel, uitgedrukt in  $N_1$ ,  $l_1$  en  $a$ .

De schakelaar wordt op tijdstip  $t = 0$  gesloten.

- (b) Bereken de stroom  $I_1$  door de spoel als functie van de tijd  $t$ , uitgedrukt in  $V$ ,  $L_1$  en  $R_1$ .
- (c) Bereken de opgeslagen energie  $U$  binnen de spoel als functie van  $t$ , uitgedrukt in  $L_1$  en  $I_1$ . Ga hierbij uit van de door de batterij verrichte arbeid.
- (d) Bereken de electromotorische kracht  $\mathcal{E}$  in de korte spoel als functie van  $t$ , uitgedrukt in  $L_1$ ,  $V$  en  $R_1$ . Bereken vervolgens de wederzijdse inductie, uitgedrukt in  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $l_1$  en  $a$ .
- (e) Als de korte spoel met zelfinductie  $L_2$  is aangesloten op een weerstand  $R_2$  en er, als gevolg van  $\mathcal{E}$ , een stroom  $I_2$  gaat lopen door de spoel en de weerstand  $R_2$ , hoe zou je dan de grootte van  $I_2$  berekenen? Geef de hiervoor te gebruiken vergelijking(en), maar los deze niet op. Hoe groot zijn  $I_1$  en  $I_2$  voor  $t \rightarrow \infty$ ?

### Opgave 3

Beschouw het wisselstroomcircuit in onderstaande figuur. De spanningsbron levert een spanning  $V(t) = V_0 \exp(i\omega t)$ .

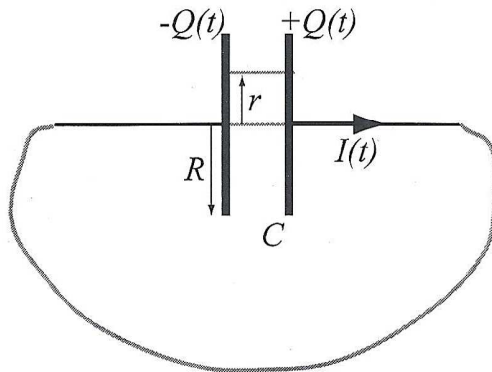


Onderstaande onderdelen (c) en (d) kunnen onafhankelijk van (a) en (b) worden gemaakt.

- Teken het fasediagram voor de  $RL$  tak. Teken vervolgens het fasediagram voor de totale schakeling.
- Er treedt resonantie op. Bepaal uit het fasediagram de resonantiefrequentie  $\omega_0$ .
- Bereken de complexe impedantie  $Z$  uitgedrukt in  $R, L, C$  en  $\omega$ . Bepaal vervolgens de resonantiefrequentie  $\omega_0$  uit  $Z$ .
- Laat zien dat bij  $\omega = \omega_0$  de maximale opgeslagen energieën  $U_L$  en  $U_C$  van respectievelijk de spoel en de condensator aan elkaar gelijk zijn.

### Opgave 4

Op een parallelle plaat-condensator met capaciteit  $C$  bevindt zich een lading  $\pm Q_0$ . De platen zijn circelvormig met straal  $R$ , welke veel groter is dan de onderling afstand tussen de platen  $d$ . Er zit geen batterij aan de condensator. Op  $t = 0$  worden beide platen verbonden met elkaar door een geleidende draad, zodat er een stroom  $I(t)$  gaat lopen en de condensator ontladen wordt:



Neem aan dat de stroomdraad pas op een grote afstand van de condensator terugbuigt.

- Bereken de totale verplaatsingsstroom  $I_d$  tussen de condensatorplaten.
- Bereken de verplaatsingsstroomdichtheid  $\vec{j}_d$  (grootte en richting) tussen de platen van de condensator voor  $r < R$ .
- Bereken het magnetische veld  $\vec{B}(r)$  (grootte en richting) tussen de platen van de condensator, als functie van de afstand  $r$  tot de as van de condensator, voor zowel  $r < R$  als  $r > R$ .
- Bereken de Poyntingvector  $\vec{S}$  (grootte en richting) tussen de platen voor  $r < R$  en  $r > R$ . Bespreek het resultaat.
- Bepaal met de Poyntingvector de totale energiestroom tijdens het ontladen en laat zien dat die energiestroom gelijk is aan de energie die oorspronkelijk in de condensator was opgeslagen. Is deze energiestroom gelijk aan de energie van de electromagnetische straling die door de condensator wordt uitgezonden?