

Tentamen

Electriciteit en Magnetisme 2B

Dinsdag 28 juni 2011

14.00 - 17.00

Linnaeus 1

Er zijn vier opgaven. Elk opgave levert 10 punten op (totaal 40 punten).

Maak elke opgave op een apart vel. Schrijf op elk vel je naam en studentnummer.

Gebruik van grafische rekenmachines is toegestaan. Geef echter bij elke berekening altijd alle wezenlijke tussenstappen.

Schrijf a.u.b. leesbaar: wat niet leesbaar is is fout !

Zet je mobiele telefoon uit!

Veel succes !

De resultaten worden zo spoedig mogelijk bekend gemaakt op Blackboard !!

Opgave 1:

Beschouw een oneindig lange, platte, metalen strip die zich bevindt in het y, z -vlak. De strip strekt zich in de lengte uit in de z -richting, heeft een breedte $2b$ in de y -richting en een verwaarloosbare dikte ($d = 0$) in de x -richting. Door de plaat loopt een stroom I met uniforme stroomdichtheid J in de z -richting:

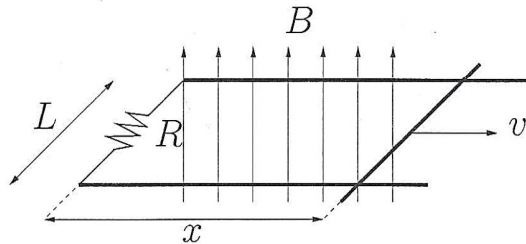
- (a) Bereken het magnetisch veld \vec{B} op de y -as voor $|y| > b$.
- (b) Bereken \vec{B} in de limiet voor $|y| \gg b$. Bespreek het resultaat.

Beschouw vervolgens een oneindig lange, oneindig brede, metalen plaat die zich uitstrekt in het y, z -vlak. De plaat heeft een dikte $2d$ in de x -richting en het midden van de plaat bevindt zich in $x = 0$. Door de plaat loopt een stroom I met uniforme stroomdichtheid J in de z -richting.

- (c) Laat zien dat $B = 0$ in het y, z -vlak. (Dus in $x = 0$).
- (d) Beredeneer, zorgvuldig maar zonder berekening, in welke richting het geproduceerde \vec{B} -veld staat voor $x \neq 0$.
- (e) Bereken het magnetisch veld \vec{B} op de x -as, voor de drie gebieden $x < -d$, $-d < x < d$ en $x > d$.

Opgave 2

Op een systeem bestaande uit twee lange parallelle geleidende staven die met een rechte draad met weerstand R met elkaar verbonden zijn bevindt zich een staaf (massa m) die zonder wrijving over de staven kan glijden. De diameter van de staaf is zo klein dat die mag worden verwaarloosd. Het geheel bevindt zich in een homogeen magneetveld B , dat loodrecht op het vlak van beide staven staat. De afstand tussen de glijdende staaf en de weerstand R is x , de afstand tussen de parallelle geleiders is L .



Op $t = 0$ wordt de staaf door een instantane stoot in beweging gebracht met snelheid v_0 . Zodra de staaf in beweging is gebracht gaat er een stroom lopen.

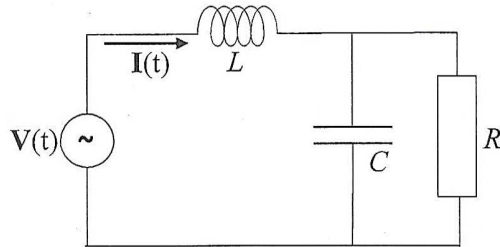
- (a) Verklaar waarom en laat door middel van een schets zien in welke richting de stroom gaat lopen.

Ondanks de afwezigheid van wrijving neemt de snelheid van de staaf af.

- (b) Leg uit waarom. Komt de staaf uiteindelijk volledig tot rust of zal hij omkeren en terug gaan bewegen?
- (c) Leid de differentiaalvergelijking af voor de snelheid v van de staaf en los deze op.
HINT: de differentiaalvergelijking is van de vorm $\frac{dv}{dt} = \alpha v$.
- (d) Bepaal de totale in de weerstand gedissipeerde energie wanneer de staaf tot stilstand is gekomen, en laat zien dat deze gelijk is aan de kinetische energie van de staaf op $t = 0$.

Opgave 3

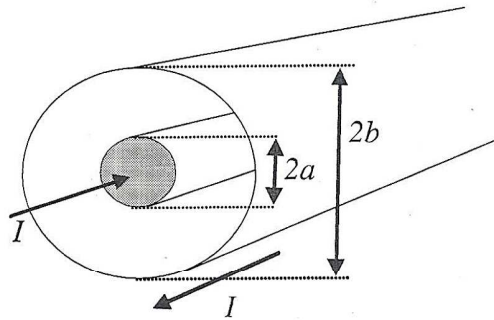
Beschouw het wisselstroomcircuit in onderstaande figuur, bestaande uit een weerstand R , een condensator met capaciteit C en een spoel met zelfinductie L . De spanningsbron levert een spanning $V(t) = V_0 \exp(i\omega t)$.



- Construeer het fasediagram voor deze schakeling.
Aanwijzing: construeer eerst het fasediagram voor het RC gedeelte.
- Bepaal de complexe impedantie Z als functie van ω , uitgedrukt in R , L , en C . Bereken ook $|Z|$.
- Bereken de fasehoek φ tussen de totale stroom I en de bronspanning V .
- Beschouw vervolgens het geval wanneer resonantie optreedt. Bepaal uit Z de resonantiefrequentie ω_0 en leg uit wat er dan fysisch gebeurt.
- Laat zien dat bij $\omega = \omega_0$ de maximale opgeslagen energieën U_L en U_C van respectievelijk de spoel en de condensator gelijk zijn aan elkaar.

Opgave 4

Een (laag-frequente) wisselstroom $I = I_0 \cos(\omega t)$ loopt door een (oneindig) lange rechte draad met straal a en weer terug door een coaxiale cilinder met straal b :



De draad en de cilinder strekken zich uit in de z -richting. Tussen de draad en de cilinder, die beide elektrisch neutraal zijn, bevindt zich vacuüm.

- (a) Bereken de zelfinductie L per lengte-eenheid.
- (b) Tussen de draad en de cilinder wordt een elektrisch veld \vec{E} gegenereerd. Geef hiervoor de fysische verklaring.
- (c) Neem aan dat dit \vec{E} -veld in de z -richting staat. Laat zien dat de volgende uitdrukking geldt voor dit \vec{E} -veld tussen draad en cilinder als functie van de afstand r tot de as:

$$E(r) = \frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi} \sin(\omega t) \ln\left(\frac{b}{r}\right)$$

- (d) Bepaal de verplaatsingsstroomdichtheid \vec{J}_d als functie van r en t .
- (e) Bepaal de Poynting vector \vec{S} (richting en grootte) als functie van r en t . Geef een fysische interpretatie van het resultaat.